



Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana  
de Inteligencia Artificial

ISSN: 1137-3601

revista@aepia.org

Asociación Española para la Inteligencia  
Artificial  
España

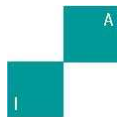
Barceló, G.; Alonso, M.A.; Cruz, A.V. de la; Cendejas, E.A.  
Medidas de Complejidad Cuantitativas para Sistemas Expertos Basados en Reglas  
Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial, vol. 13, núm. 43, 2009, pp. 16-  
31  
Asociación Española para la Inteligencia Artificial  
Valencia, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=92513169002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica  
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



## Medidas de Complejidad Cuantitativas para Sistemas Expertos Basados en Reglas

G. Barceló<sup>1</sup>, M.A. Alonso<sup>2</sup>, A.V. de la Cruz<sup>3</sup>, E.A. Cendejas<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Computación

Av. Juan de Dios Bátiz s/n, Colonia Nueva Industrial Vallejo,  
Delegación Gustavo A. Madero, C.P. 07738, México, D.F.

{gbarceloa07,ecendesa07}@sagitario.cic.ipn.mx

<sup>2</sup>Centro de Investigación en Tecnologías de Información y Sistemas (CITIS)

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH)

Carretera Pachuca - Tulancingo Km 4.5, Mineral de la Reforma, C.P. 42184, Hidalgo, México

marial@uaeh.reduaeh.mx

<sup>3</sup>Innovaciones Tecnológicas Avanzadas S.A. de C.V.

Boulevard Luis Donald Colosio, Km. 7.7, Oficina 3, Módulo A, Planta Alta,  
Colonia Colinas de Plata, Mineral de la Reforma, C.P. 42181, Hidalgo, México

direccion@intelsoft.com.mx

**Abstract** La evaluación de un Sistema Basado en Conocimiento es una fase del ciclo de desarrollo en este paradigma que comúnmente busca que el sistema tenga una sintaxis correcta, una semántica válida y que el grado de usabilidad y utilidad sea alto. Sin embargo, en esta etapa no se hace una valoración de la organización que tiene la Base de Conocimiento, lo cual pudiera repercutir en la eficiencia de la aplicación resultante, independientemente de que cumpla con los aspectos considerados para su evaluación.

El presente trabajo propone un conjunto de coeficientes para medir, cuantitativamente, la estructura de un Sistema Experto basado en Reglas. Dichos coeficientes determinan la independencia entre los resultados que brinda el sistema, el nivel de profundidad en el razonamiento seguido para alcanzar estos resultados y la cantidad de conocimiento asociado al proceso de razonamiento. El valor obtenido para cada coeficiente, constituye la base para la interpretación de las características analizadas, permitiendo predecir la calidad del sistema bajo estudio.

**Keywords:** complejidad, métricas, línea de razonamiento, Base de Conocimiento, Sistema Basado en Reglas.

### 1. Introducción

Para medir la complejidad del software en los lenguajes convencionales se han diseñado muchas estimaciones cuantitativas, pero muy poco trabajo se ha realizado para aplicar los conceptos de complejidad a los paradigmas de programación no tradicionales, como son los Sistemas Basados en Conocimiento (SBC). Cuando se construye este tipo de sistemas, el programador utiliza un Lenguaje de Representación para almacenar en la Base de Conocimiento (BC) las nociones que han sido adquiridas a través de las percepciones de expertos en la materia, libros u otro medio [24]. Uno de los estilos más utilizados para alcanzar estas características es la programación basada en reglas [15], debido a la uniformidad de su estructura y la naturalidad con que se expresa el conocimiento, principalmente, procedimental. Considerando que las reglas de producción constituyen una representación procedimental, se requiere de un intérprete que

siga las instrucciones dadas por el conocimiento. Este intérprete se conoce como motor o máquina de inferencia.

El incremento del uso de los sistemas basados en reglas ha conducido a la necesidad urgente de medir cuantitativamente su calidad, tarea que resulta más difícil y costosa que la del software convencional debido a las características dinámicas y evolutivas de las reglas. Uno de los factores principales que afecta la representación por medio de reglas es su complejidad. Sin embargo, no existe una forma directa, durante el proceso de desarrollo, de medir el conocimiento que ha sido almacenado en la BC para alertar sobre posibles deficiencias en cuanto a cantidad y organización.

## 2. Antecedentes

El estudio de la complejidad en el área de los Sistemas Expertos (SE) para todas las iniciativas que se han suscitado, se ha dividido en dos dimensiones básicas [19]:

1. La complejidad del conocimiento subyacente que reside con los expertos dominantes.
2. La complejidad de la tecnología que posee un sistema dado, para incorporar dicho conocimiento.

La gran mayoría de las medidas de complejidad del software propuestas han sido diseñadas en la segunda dimensión y específicamente, han sido utilizadas para cuantificar la complejidad conceptual de programas basados en reglas. Estas medidas se dividen en dos clases:

- Medidas a granel, que estiman la complejidad examinando aspectos del tamaño del programa; y
- Medidas de regla, que calibran la complejidad basándose en la forma en que las reglas interactúan con datos y otras reglas.

Por lo general, las métricas que han sido desarrolladas se corresponden a la primera clase (medidas a granel), pues su base para definir la complejidad estructural es enumerativa; en ésta cuentan los componentes de la representación [14]. Por ejemplo, Atzmüller, Hauge, Lethbridge, Menzies, Pollo y Moores, reportan métricas de madurez relacionadas con las cantidades de reglas, conceptos y atributos, así como, algunas proporciones entre las cantidades obtenidas de cada componente [3], [16], [17], [18], [21], [23].

La limitante de estas medidas es que no consideran la estructura de las líneas de razonamiento diseñadas para conseguir los objetivos. Además, las magnitudes a granel pueden depender de factores como: el dominio del conocimiento, la calidad y experiencia de las fuentes de información, el alcance del sistema y la dificultad propia del problema en cuestión.

Otras pocas medidas han estado enfocadas a la interacción de las reglas (medidas de regla), considerando la profundidad y amplitud del espacio de búsqueda para el conjunto de reglas de entrada [6], [16], [17], [20], [22].

A pesar de que el nivel de expresividad de estas últimas es adecuado, existen algunas características de las reglas que no se abordan en las mismas:

- *Naturaleza interactiva y dinámica de las reglas:* Tratan de la misma manera a todos los objetos que las componen. No se distingue entre las formas de instanciación de los objetos en las reglas - (1) objetos que toman su valor mediante interrogación directa al usuario y (2) objetos cuya evaluación desencadena la activación de un conjunto de reglas y por ende, la instanciación de nuevos objetos -. Tomando en cuenta esto, en los trabajos citados no se establece una diferencia en complejidad para un par de sistemas que poseen el mismo promedio en niveles de profundidad, pero que difieren en sus procesos de inferencia.
- *Grado de correlación entre los conceptos que son objetivos:* Un factor que aumenta la complejidad de un sistema es la coincidencia entre los objetos que son compartidos por las reglas, ya que se trata de utilizar de las mismas evidencias, para llegar a resultados diferentes.

En este trabajo, se proponen soluciones [4] para los aspectos anteriores: la definición de dos tipos de índices de razonamiento que contemplan la complejidad del proceso de inferencia por la forma de instanciar los

objetos y la definición de un coeficiente de mezcla que mide la coincidencia de los objetivos. Además, se ha definido un coeficiente normalizado que mide el nivel de profundidad de las líneas de razonamiento.

Es importante destacar que, como en la mayoría de las medidas de complejidad, las propuestas en este trabajo están basadas en la cuantificación de aspectos estructurales de los sistemas, determinados por el espacio de búsqueda de conocimiento que forman las reglas, no por la estrategia de control y otras características de la máquina de inferencia.

No obstante, el modelo de los programas basados en reglas que se presenta para introducir los coeficientes y los casos prácticos que se analizan están escritos para un lenguaje de representación con encadenamiento hacia atrás, no monotónico.

### 3. Análisis de la Base de Conocimiento

En un Sistema Basado en Reglas, la BC puede ser interpretada como la unión de dos componentes fundamentales [13]:

- Un conjunto formado por hechos o conceptos provenientes de un dominio del conocimiento específico y
- Un conjunto de relaciones entre los elementos del conjunto anterior.

Para expresar el conjunto de hechos se han concebido varias estructuras; entre ellas: variables, proposiciones, marcos, objetos, etc. Éstas han sido combinadas con las reglas de producción para aprovechar sus abstracciones.

Las siguientes definiciones denotan la teoría de la BC y sus componentes, para su posterior uso en las medidas de complejidad cuantitativas propuestas.

**Definición 1** Una *Base de Conocimiento*  $\mathcal{B}$  está definida formalmente como:  $\mathcal{B} = \mathcal{R} \cup \mathcal{C}$ , donde  $\mathcal{R}$  es una base de reglas y  $\mathcal{C}$  una base de conceptos.

Los conceptos son objetos que definen el problema a resolver. Son estructuras pasivas, en cuanto a que por sí mismas no son capaces de obtener los valores asociados a sus atributos, esto se realiza a partir de las relaciones que se establecen entre las reglas de producción.

**Definición 2** Una *base de reglas*  $\mathcal{R}$  es un conjunto de expresiones  $R_1, R_2, \dots, R_n$  de la forma:

$$A \Rightarrow S_1, S_2, \dots, S_n$$

Para las cuales se definen dos funciones:

$$\begin{aligned} ant(R) &= A \\ suc(R) &= S_1, S_2, \dots, S_n \end{aligned}$$

donde:

- $A$  es el antecedente, que está compuesto por uno o varios objetos relacionados mediante conectivos lógicos y
- $S_1, S_2, \dots, S_n$  los sucedentes (objetos)

El antecedente representa las condiciones para que una regla sea activada y los sucedentes, la lista de acciones a ser tomadas cuando una regla se activa.

**Definición 3** Una *base de conceptos*  $\mathcal{C}$  es un conjunto de expresiones  $C$  pertenecientes al conjunto definido por:

$$\mathcal{C} = \mathcal{O} \cup \mathcal{Q} \cup \mathcal{I}$$

donde:

- $\mathcal{O}$  es el conjunto de conceptos objetivos (resultados o metas),
- $\mathcal{Q}$  es el conjunto de conceptos preguntas (entradas),
- $\mathcal{I}$  es el conjunto de conceptos intermedios (conocimiento que se infiere).

Los conceptos *objetivos* definen el conjunto de todas las literales que serán la salida del SBC, éstas pueden ser interpretadas como el conjunto de conclusiones. Los conceptos *preguntas* constituyen el conjunto de literales de todas las posibles entradas al SBC, proporcionadas por el usuario del sistema o por una Base de Datos; a este conjunto se le denomina *cuestionario*. Los conceptos *intermedios* necesitan ser inferidos para evaluar los objetivos y utilizan los valores de las preguntas u otros intermedios para ello.

La base de reglas es la que establece las distintas categorías que adquieren los conceptos de acuerdo a su posición en las reglas. Por su parte, el motor de inferencia utiliza el conocimiento almacenado en la BC para razonar y determinar cómo resolver un problema particular, esto es, presentar los resultados (conceptos objetivos) al usuario. Este intérprete determina el esquema de control y la estrategia de resolución de conflictos a emplear y es independiente de la base de reglas.

Una vez que se ha definido la BC, en términos de conceptos y reglas, se prosigue con el análisis de distintas características que constituyen el fundamento de las medidas propuestas.

**Definición 4** Sea  $R \in \mathcal{R}$ , un conjunto no vacío de reglas cualesquiera, se dice que una secuencia  $R_1, R_2, \dots, R_k$  de elementos de  $R$  es una *Cadena o Línea de Razonamiento*, si se cumple que para cada  $R_i (i = 1, \dots, k - 1)$  alguno de sus objetos sucesientes aparece también como parte del antecedente de la regla  $R_{i+1}$ . Formalmente,  $R = R_1, R_2, \dots, R_k$  es una línea de razonamiento si cumple con:

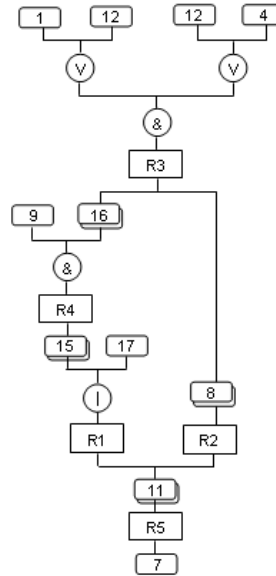
$$\forall R_i (1 \leq i < k) \in \mathcal{R}, \exists C \in \mathcal{C} \mid C \subset \text{suc}(R_i) \wedge \\ C \subset \text{ant}(R_{i+1})$$

El siguiente ejemplo muestra la determinación de una línea de razonamiento para un concepto, en una porción de una base de reglas. En este ejemplo y en todos los siguientes, se presentan programas escritos con el lenguaje híbrido de representación del conocimiento HARIES [2], aún cuando las medidas de complejidad que se definen, son independientes del lenguaje. Sin embargo se eligió al HARIES por la disponibilidad de su código y de las aplicaciones prácticas desarrolladas con el mismo.

En este lenguaje, los objetos son proposiciones que, además de otros atributos, tienen asociado un valor de certidumbre el cual expresa el grado de veracidad con que se cumple un hecho. El conjunto de significados con que se valora el contenido de información de una proposición en una regla está dado por este valor de certidumbre asociado a dicha proposición.

**Ejemplo 1** Las siguientes cinco reglas están representadas a través de un árbol en la Figura 1. Observe que los conceptos que se encuentran con doble rectángulo son intermedios. Los conceptos preguntas se distinguen del resto, por no tener otros que lleguen a ellos (no tienen padres), de ahí que no exista otra vía para evaluarlos que no sea por interrogación directa al usuario. Por último, el concepto que no tiene descendientes, es un objetivo.

$$\begin{aligned} R_1 : 15 \mid 17 &\Rightarrow 11; \\ R_2 : 8 &\Rightarrow 11; \\ R_3 : (1 \vee 12) \& (12 \vee 4) &\Rightarrow 16, 8; \\ R_4 : 16 \& 9 &\Rightarrow 15; \\ R_5 : 11 &\Rightarrow 7; \end{aligned}$$



Para el concepto 11 en este conjunto de reglas, una línea de razonamiento está representada por la secuencia:  $R_3, R_4, R_1$ , que se muestra en la Figura 1.

**Definición 5** Sea  $L_i$  una línea de razonamiento cualquiera formada por  $R_1, R_2, \dots, R_k$  reglas y se cumple que  $C_j$  aparece como sucedente de la regla  $R_k$ , entonces se dice que  $L_i$  está *asociada* al concepto  $C_j$  y se denota " $L_i C_j$ ". Formalmente, se representa como:

$$\exists R_1, R_2, \dots, R_k \in \mathcal{R}, C_j \in \mathcal{C} \mid \\ R_1, R_2, \dots, R_k \subseteq L_i C_j \wedge C_j \subset \text{suc}(R_k)$$

Ahora denotemos los elementos que están relacionados con el concepto asociado a la línea de razonamiento.

$$\begin{aligned} & \exists C_i \in \mathcal{Q} \cup \mathcal{I}, C_j \in \mathcal{I} \cup \mathcal{O} \subset \mathcal{C}, \\ & R_1, R_2, \dots, R_k \in \mathcal{R} \mid C_i \subset \text{ant}(R_1) \wedge C_j \subset \text{suc}(R_k) \end{aligned}$$

**Definición 7** Se llama *Base Informativa* asociada al concepto intermedio u objetivo  $C_j$ , al conjunto  $QC_j$  de conceptos preguntas ( $QC_j \subseteq Q$ ) accesibles desde  $C_j$ .

$$\exists C_i \in \mathcal{C}, R_1, R_2, \dots, R_k \in \mathcal{R} \mid$$

$$C_i \subset \text{ant}(R_1) \cup \dots \cup \text{ant}(R_k) \wedge C_j \subset \text{suc}(R_i)$$

La definición siguiente hace referencia a la longitud de las líneas de razonamiento.

**Definición 9** Se define como *profundidad* de una línea de razonamiento  $L_i$ , formada por  $R_1, R_2, \dots, R_k$  reglas, a la cantidad de niveles que existen entre los sucedentes de  $R_k$  y el antecedente de  $R_1$ , es decir  $k - 1$ , lo cual se denota como  $Prof(L_i)$ .

Si consideramos el mismo ejemplo de la línea de razonamiento asociada a 11,  $Prof(L_i) = 2$  pues la cantidad de reglas de la línea de razonamiento es 3.

## 4. Coeficientes de Complejidad

Para el estudio de la estructura de SE basados en reglas se han definido cuatro coeficientes:

- *Coefficiente de mezcla*: Mide la coincidencia entre las bases informativas de todos los objetivos de la BC.
- *Índice de razonamiento global*: Determina la proporción entre los conceptos preguntas e intermedios accesibles de uno o todos los objetivos de la base.
- *Índice de razonamiento directo*: Obtiene la proporción entre los conceptos preguntas e intermedios que son evidencias directas de los objetivos.
- *Coefficiente de profundidad*: Calcula los niveles en las líneas de razonamiento asociadas a un concepto objetivo en particular o todos los objetivos de la BC.

### 4.1. Coeficiente de Mezcla

El concepto de independencia entre objetivos está relacionado con el grado de complejidad existente en la BC, puesto que mientras mayor sea el grado de solapamiento de las bases informativas asociadas a los objetivos, mayor dificultad presenta el problema para su representación, ya que se habla de partir de las mismas evidencias, para llegar a resultados diferentes.

Para medir este tipo de complejidad cuantitativamente se puede definir un coeficiente asociado a una BC como sigue:

**Definición 10** Se llama *Coefficiente de Mezcla* ( $Cz$ ) de una BC, en relación con los conceptos objetivos y las reglas de sus líneas de razonamiento, a la expresión:

$$Cz = \frac{2 \times \sum_{i=1}^{No-1} \sum_{j=i+1}^{No} card(QC_i \cap QC_j)}{\sum_{i=1}^{No-1} \sum_{j=i+1}^{No} Min\{card(QC_i), card(QC_j)\}} - 1$$

donde:

- $No$  es el número de objetivos,
- $QC_i$  y  $QC_j$  son las bases informativas de los objetivos  $i$  y  $j$  respectivamente y
- $card$  representa el cardinal del conjunto indicado.

La idea de este coeficiente radica en comparar todos los objetivos dos a dos para contar las coincidencias de sus bases informativas. Esto brinda un resultado entre -1 y 1, donde -1 indica la no existencia de mezclas entre los objetivos, es decir, que son independientes dos a dos y 1 que todas las bases informativas coinciden y son igual al cuestionario.

La importancia del coeficiente de mezcla radica en la depuración de los objetivos de una BC, es decir, una BC que posea objetivos totalmente independientes ( $Cz = -1$ ), puede ser dividida para que los objetivos sean tratados como problemas no relacionados. De esta forma, se delimita el alcance de las conclusiones de cada base resultante y se reduce la complejidad en su estructura.

**Ejemplo 2** Considerando el conjunto de reglas que se presenta a continuación, se puede evaluar la coincidencia de las bases informativas para los conceptos objetivos 36 y 38, a través del coeficiente de mezcla.

$$R_{11} : 12 \& 13 \& 14 \Rightarrow 27;$$

$$R_{18} : 16 \vee 27 \Rightarrow 32, 35;$$

$$R_{23} : 17 \& (32 \mid 35) \Rightarrow \mathbf{36};$$

$$R_{12} : 14 \& 15 \Rightarrow 29;$$

$$R_{19} : 17 \& 29 \Rightarrow \mathbf{38};$$

Obteniendo las bases informativas del par de objetivos y la cardinalidad asociada a las mismas, se tiene:

$$QC_{36} = \{12, 13, 14, 16, 17\}$$

$$card(QC_{36}) = 5$$

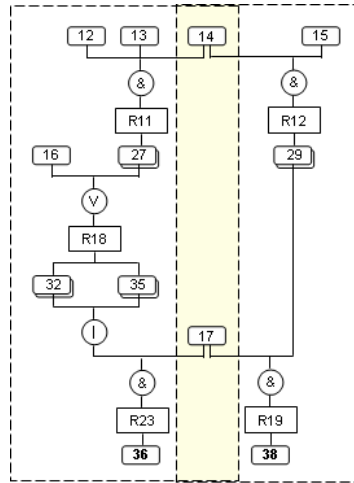
$$QC_{38} = \{14, 15, 17\}$$

$$card(QC_{38}) = 3$$

Y el conjunto  $QC_{36} \cap QC_{38} = \{14, 17\}$ , por tanto, la cardinalidad de la intersección es 2. Con los valores anteriores se puede determinar el coeficiente de mezcla de estos objetivos como:

$$Cz = \frac{2 \times 2}{3} - 1 = 0,3$$

Este resultado indica que existe coincidencia en las bases informativas de los objetivos 36 y 38, lo cual es mostrado en el árbol de reglas de la Figura 2.



**Figura 2.** Árbol de reglas de los conceptos 36 y 38

El siguiente teorema relaciona el coeficiente de mezcla con la independencia de los objetivos.

**Teorema 1** Una BC donde se cumpla que  $Cz = -1$ , define una partición de las reglas en un número “No” (número de objetivos) de subconjuntos, exactamente.

*Demostración.* Supongamos por ejemplo que los objetivos  $C_i$  y  $C_j$  son independientes y que existe además, una regla  $R_k$  común para ambos, es decir, que existen líneas de razonamiento para  $C_i$  y  $C_j$  que incluyen a  $R_k$ . Pero si  $R_k$  es la última regla de la cadena, entonces sus conceptos antecedentes son preguntas que pertenecen a  $QC_i$  y  $QC_j$ , lo cual contradice la suposición de independencia entre  $C_i$  y  $C_j$ . De la misma forma ocurriría si no es la última, ya que todas las reglas anteriores serían comunes a ambas líneas y se obtendría al final una regla en las mismas condiciones que  $R_k$ .

## 4.2. Índice de Razonamiento Global

Otro elemento importante que ayuda a la valoración de estas estructuras, está relacionado con la cantidad de conocimiento que se maneja en el proceso de razonamiento de un objetivo dado. Este concepto se encuentra vinculado, fundamentalmente a:

- la cantidad de conceptos intermedios y
- la base informativa de las líneas de razonamiento.

**Definición 11** Se llama *Índice de Razonamiento Global* para el concepto objetivo  $C_j$  ( $IRgC_j$ ) a la expresión:

$$IRgC_j = \frac{2 \times \text{card}(IC_j)}{\text{card}(QC_j \cup IC_j)} - 1$$

donde:

- $IC_j$  denota el conjunto de conceptos intermedios accesibles desde  $C_j$  y
- $QC_j$  la base informativa asociada a  $C_j$ .

Como se puede observar, este índice mide la proporción de conceptos intermedios con relación a las preguntas. Esta relación se usa para brindar una idea general del volumen de razonamiento existente en una BC.

El índice  $IRgC_j$  es un número que se encuentra en el intervalo  $[-1, 1]^1$ . Valores negativos indican una relación poco favorable entre intermedios y preguntas. En estos casos, es necesario que el ingeniero del conocimiento disminuya la cantidad de preguntas asociadas al objetivo, cambiando la inferencia de las mismas por intermedios. Por el contrario, valores positivos del coeficiente hablan sobre lo elaborado del razonamiento.

**Ejemplo 3** La porción de una base de reglas presentada a continuación, constituye una cadena de razonamiento del objetivo 52 y la Figura 3, su representación a través de un árbol de reglas. Calculemos su índice de razonamiento.

- $R_{15} : 20 \vee 21 \Rightarrow 33;$
- $R_{17} : 22 \& 23 \Rightarrow 34;$
- $R_{28} : 33 \mid 34 \Rightarrow 41;$
- $R_{29} : 19 \& 24 \Rightarrow 42;$
- $R_{37} : 41 \vee 42 \Rightarrow 52;$

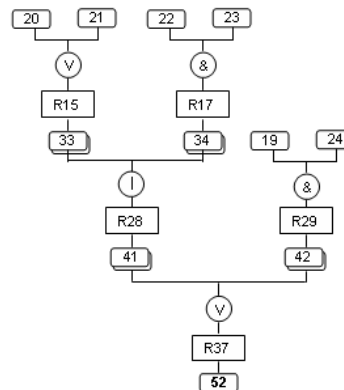


Figura 3. Árbol de reglas del concepto 52

<sup>1</sup>La base informativa asociada a una proposición no puede ser nula porque entonces el proceso de evaluación de ésta jamás terminaría.

Para ello, se obtiene la cardinalidad del conjunto de conceptos intermedios accesibles al objetivo 52, su base informativa y la unión de éstas.

$$\begin{aligned} IC_{52} &= \{33, 34, 41, 42\} & card(IC_{52}) &= 4 \\ QC_{52} &= \{19, 20, 21, 22, 23, 24\} & card(QC_{52}) &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IC_{52} \cup QC_{52} &= \{19, 20, 21, 22, 23, 24, 33, 34, 41, 42\} \\ card(IC_{52} \cup QC_{52}) &= 10 \end{aligned}$$

Ahora, el índice de razonamiento para el objetivo en cuestión se puede determinar como:

$$IRgC_{53} = \frac{2 \times 4}{10} - 1 = -0,2$$

El valor resultante de este cálculo, sugiere que existe una relación no favorable entre los conceptos intermedios y preguntas accesibles desde 52, lo cual se corrobora en la representación gráfica de la Figura 3.

De este hecho se deriva que las profundidades de las líneas de razonamiento inciden de manera directa en el número de conceptos intermedios en una base de reglas, pues con cada nivel se garantiza la existencia de al menos un intermedio que establezca la conexión con el nivel inferior. Sin embargo, este factor no es determinante en el valor del índice, porque en los diversos niveles puede estar involucrado un número considerable de preguntas.

### 4.3. Índice de Razonamiento Directo

Es conocido que uno de los aspectos a tomar en cuenta durante el desarrollo de una BC, lo constituye la necesidad de evitar que las preguntas constituyan evidencias directas para evaluar los objetivos, puesto que ello indica ausencia de razonamiento.

Existe otra forma de enfocar el análisis del razonamiento asociado a un objetivo. Esta idea, radica en considerar sólo las evidencias directas del objetivo bajo estudio, es decir, aquellos conceptos que se encuentran en el antecedente de la regla donde éste es sucedente. La siguiente definición permite calcular una medida que brinda información en este sentido.

**Definición 12** Se llama *Índice de Razonamiento Directo* para el concepto objetivo  $C_j$  ( $IRdC_j$ ) a la expresión:

$$IRdC_j = 1 - \frac{2 \times card(QdC_j)}{card(QdC_j \cup IdC_j)}$$

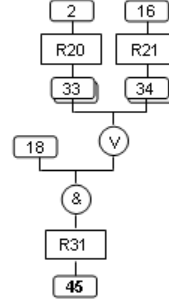
donde:

- $IdC_j$  denota el conjunto de conceptos intermedio que son evidencias directas de  $C_j$  y
- $QdC_j$  el conjunto de conceptos preguntas que son evidencias directas de  $C_j$

Como en el caso anterior,  $IRdC_j$  es un número del intervalo  $[-1, 1]$  y valores negativos indican una relación poco favorable entre evidencias intermedios y preguntas, mientras que valores positivos, por el contrario, hablan a favor de la complejidad del razonamiento.

**Ejemplo 4** En el siguiente segmento de reglas se calcula el índice de razonamiento directo del objetivo 45, cuya representación se muestra en la Figura 4.

$$\begin{aligned} R_{29} : 2 &\Rightarrow 33; \\ R_{30} : 16 &\Rightarrow 34; \\ R_{31} : 18 \ \& \ (33 \ V \ 34) &\Rightarrow \mathbf{45}; \end{aligned}$$



**Figura 4. Árbol de reglas del concepto 45**

Para calcular el índice de razonamiento directo, se considera únicamente la regla donde el objetivo es sucedente. Expresemos primero los conjuntos de evidencias intermedios y preguntas directas a este objetivo y la unión de estos, para estimar su cardinalidad:

$$\begin{aligned} QdC_{45} &= \{18\} & card(QdC_{45}) &= 1 \\ IdC_{45} &= \{33, 34\} & card(IdC_{45}) &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QdC_{45} \cup IdC_{45} &= \{18, 33, 34\} \\ card(QdC_{45} \cup IdC_{45}) &= 3 \end{aligned}$$

De esta forma, se podrá calcular esta medida a partir de su definición, como sigue:

$$IRdC_{45} = 1 - \frac{2 \times 1}{3} = 0,3$$

El valor resultante se puede interpretar como una relación favorable entre los conceptos preguntas e intermedios que son evidencias directas de 45, dado su valor positivo.

Para alcanzar el valor ideal de este índice (1), basta con que no existan conceptos preguntas en el antecedente de las reglas donde el objetivo es sucedente.

El Teorema 2 exhibe una propiedad que vincula los dos índices de razonamiento global y directo.

**Teorema 2** El Índice de Razonamiento Global de un concepto objetivo cualquiera  $C_j$  ( $IRgC_j$ ) tomará el valor de -1, si y sólo si, el Índice de Razonamiento Directo de tal objetivo ( $IRdC_j$ ) es -1.

Al no existir ningún concepto intermedio como evidencia directa del objetivo, no hay forma de conectar esta regla con el resto de la base, pues todas sus evidencias son preguntas. Por lo tanto, no habrá ningún intermedio accesible desde dicha regla.

*Demostración.* Si  $IRgC_j = -1$ , eso significa que  $card(IC_j) = 0$ , es decir, que no existen conceptos intermedios accesibles desde el objetivo  $C_j$  y por lo tanto, que  $card(IdC_j) = 0$ , lo cual significa que  $IRdC_j = -1$ , obligatoriamente.

La relación inversa de este teorema, resulta evidente de este mismo análisis. Si  $IRdC_j = -1$ , entonces,  $IRgC_j = -1$ .

Estos índices pueden ser generalizados para todos los objetivos de la BC utilizando funciones que mantengan las contribuciones de cada concepto en el intervalo definido  $[-1, 1]$ .

#### 4.4. Coeficiente de Profundidad

Un aspecto, no menos importante que los anteriores y que ha sido muy utilizado para el análisis de las estructuras internas de las BC, lo constituye el estudio de las líneas de razonamiento asociadas a los objetivos [5], [6], [7], [16], [22]. Por ello, se incluye también dentro de las medidas propuestas.

En las medidas precedentes, se ha considerado como un hecho indeseable la presencia de conceptos preguntas directamente relacionados con los objetivos, ya que esto indica ausencia de razonamiento según la arquitectura. Sin embargo, no se ha estudiado la incidencia que puede tener la cantidad de niveles de intermedios en el razonamiento de un determinado objetivo. El estudio de los tamaños de estas cadenas es un aspecto muy importante que debe tratarse como un índice para medir el nivel de razonamiento potencial de una BC. De ahí, la definición de la siguiente medida.

**Definición 13** Se llama *Coficiente de Profundidad* para un objetivo  $C_j$  ( $CpC_j$ ) a la expresión de la forma:

$$CpC_j = \frac{e^{\overline{Prof(LC_j)}} - 2}{e^{\overline{Prof(LC_j)}}}$$

donde  $\overline{Prof(LC_j)}$  representa la profundidad promedio de las líneas de razonamiento asociadas a  $C_j$ , la cual se calcula como:

$$\overline{Prof(LC_j)} = \frac{\sum_{i=1}^{NLC_j} Prof(L_i C_j)}{NLC_j}$$

siendo  $NLC_j$  el número de líneas de razonamiento asociadas a  $C_j$ .

En general, lo que se define es una transformación del promedio de profundidad al intervalo  $[-1, 1]^2$  para tener un valor numérico que permita un análisis más objetivo.

Valores positivos de  $CpC_j$  indican una relación de profundidad apropiada, mientras que valores negativos hablan sobre la existencia de una relación muy desfavorable en las líneas de razonamiento. Los valores alrededor de cero expresan poca profundidad en la BC. Cuando esto ocurre, se recomienda al ingeniero del conocimiento incorporar o emplear conocimiento intermedio almacenado en la BC que permita inferir las conclusiones sin realizar preguntas directas al usuario.

**Ejemplo 5** Calculemos el valor del coeficiente de profundidad del concepto objetivo 46, cuya línea de razonamiento se presenta a través de las siguientes reglas y gráficamente, en la Figura 5.

- $R_5 : 5 \vee 6 \Rightarrow 25;$
- $R_6 : 7 \vee 8 \Rightarrow 26;$
- $R_7 : 9 \mid 10 \Rightarrow 26;$
- $R_8 : 11 \& 25 \Rightarrow 43;$
- $R_9 : 12 \& 26 \Rightarrow 44;$
- $R_{10} : 43 \mid 44 \Rightarrow \mathbf{46};$

Las líneas de razonamiento para 46 son:

$L_1 C_{46} = \{R_{10}, R_8\}$	$Prof(L_1 C_{46}) = 1$
$L_2 C_{46} = \{R_{10}, R_8, R_5\}$	$Prof(L_2 C_{46}) = 2$
$L_3 C_{46} = \{R_{10}, R_9\}$	$Prof(L_3 C_{46}) = 1$
$L_4 C_{46} = \{R_{10}, R_9, R_6\}$	$Prof(L_4 C_{46}) = 2$
$L_5 C_{46} = \{R_{10}, R_9, R_7\}$	$Prof(L_5 C_{46}) = 2$

<sup>2</sup>Obsérvese que la función nunca toma valor 1, de acuerdo a la definición.

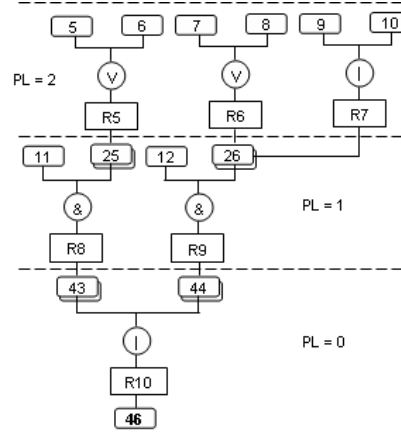


Figura 5. Árbol de reglas del concepto 46

Y el promedio de dichas líneas:

$$\overline{Prof(LC_{46})} = (Prof(L_1C_{46}) + Prof(L_2C_{46}) + Prof(L_3C_{46}) + Prof(L_4C_{46}) + Prof(L_5C_{46}))/5$$

$$\overline{Prof(LC_{46})} = (1 + 2 + 1 + 2 + 2)/5$$

$$Prof(LC_{46}) = 1,6$$

Luego, el coeficiente de profundidad se calcula a través de su expresión como:

$$CpC_{46} = \frac{e^{1,6} - 2}{e^{1,6}} = 0,6$$

El valor resultante indica que el nivel de razonamiento es adecuado, lo cual coincide con la situación que refleja el árbol de regla de la Figura 5 que representa las líneas de razonamiento del concepto 46.

Establezcamos entonces, algunas propiedades que cumple este coeficiente, incluyendo su relación con los índices anteriores.

**Teorema 3** Sea  $C_j$  un concepto objetivo cualquiera, el Coeficiente de Profundidad asociado a  $C_j$  ( $CpC_j$ ) tomará el valor de -1 si y sólo si el Índice de Razonamiento Global ( $IRgC_j$ ) o el Índice de Razonamiento Directo ( $IRdC_j$ ) es -1.

El valor del coeficiente de profundidad se corresponde con la longitud de las líneas de razonamiento, y se sabe, que los niveles en estas líneas dependen de los intermedios que ocurren en la regla con el objetivo como sucedente. Entonces, si no existe ningún intermedio que es evidencia directa del objetivo, no podrá haber ningún otro nivel. Lo mismo ocurre si no existen conceptos accesibles desde este objetivo.

*Demostración.* Si el Coeficiente de Profundidad asociado a  $C_j$  es igual a -1, eso quiere decir, que todas las líneas de razonamiento asociadas a  $C_j$  tienen profundidad 0, lo cual significa que no existen conceptos intermedios accesibles desde  $C_j$  y por tanto,  $IRgC_j = -1$  y  $IRdC_j = -1$ .

La relación inversa, por otra parte, también se justifica de la misma forma, puesto que  $IRgC_j = -1$  ó  $IRdC_j = -1$  significa que no existen intermedios en las líneas de razonamiento y por tanto, que todas son de profundidad 0, lo cual implica que  $CpC_j = -1$ .

**Corolario 1** Si se satisface que  $CpC_j < 0,264$ , entonces existen conceptos preguntas que son evidencias directas de  $C_j$ , es decir,  $QdC_j \neq \emptyset$

*Demostración.* Supongamos que  $CpC_j < 0,264$  y que no existen preguntas que sean evidencias directas a  $C_j$ . Esto último implica que no existe línea de razonamiento alguna  $i$  con profundidad  $Prof(L_iC_j) = 0$ , y por tanto, que la sumatoria de todas las profundidades de las cadenas asociadas a  $C_j$  es mayor, o como mínimo igual, a  $NLC_j$ , quedando entonces que  $Prof(LC_j) \geq 1$ . Como el valor 0.264 representa

un cierto umbral definido, aproximadamente, por  $Prof(LC_j) = 1$ , esto implica una contradicción puesto que se cumpliría también que  $CpC_j \geq 0,264$ , luego obligatoriamente debe existir al menos una pregunta enlazada directamente con  $C_j$ .

**Corolario 2** Supongamos que  $Prof(L_{min}C_j)$  denota la profundidad menor entre todas las líneas de razonamiento asociadas a un concepto objetivo  $C_j$ . Si  $Prof(L_{min}C_j) > 0$ , entonces  $CpC_j > 0,264$ .

La demostración de esta propiedad es evidente a partir de los conceptos anteriores. Estos dos últimos resultados se enfocan a obtener información de forma indirecta en uno y otro sentido. En el primer caso (Corolario 1), a partir del coeficiente se infiere una cierta característica de la BC, mientras que en el segundo (Corolario 2), es a la inversa, puesto que con el valor  $Prof(L_{min}C_j)$  se infiere una buena relación en cuanto al coeficiente de profundidad asociado a los objetivos.

## 5. Estudio Empírico

Con el objetivo de verificar el poder predictivo de los coeficientes propuestos, se realizó un estudio utilizando siete SBC de casos prácticos, desarrollados con el lenguaje HArIES. Un sumario de las BC, es presentado en la Tabla 1.

Para la elección de dichos sistemas se consideraron varios aspectos:

- Que fueran de diversos dominios.
- Que presentaran diferencia en el número de reglas y/o conceptos.
- Que difirieran en la cantidad de objetivos.

Las cuatro medidas de complejidad propuestas en este trabajo ( $Cz$ ,  $IRg$ ,  $IRd$ ,  $Cp$ ) fueron aplicadas a la totalidad de objetivos de los sistemas anteriores. La Tabla 2 contiene los valores obtenidos de los coeficientes para cada BC.

Es importante hacer notar, que la implementación de los algoritmos de cálculo para los coeficientes definidos depende de las características de la máquina de inferencia. Esto, con el fin de que el procedimiento para la determinación de las medidas se apegue a la forma en que se desarrollan los procesos de inferencia durante la ejecución del sistema.

BC	$Cz$	$IRg$	$IRd$	$Cp$
ÁLGEBRA	0.13	-0.83	-0.41	-0.25
ENEAGRAMA	-0.57	-0.59	-0.57	-0.13
TRANSFOR	0.59	0.32	1.00	0.71
ESFEDA	-0.58	0.12	1.00	0.90
POZOS	0.69	-0.79	-0.61	-0.68
QUIVIR	-0.43	-0.86	-0.51	0.34
EPILEP	0.45	0.21	0.41	0.84

**Tabla 2. Valores de los coeficientes para las BC bajo estudio**

El mayor tiempo consumido en la ejecución de dichos algoritmos para las BC estudiadas fue de siete minutos en un procesador Pentium 4 a 3.00 GHz para el caso de EPILEP. Como se puede apreciar de la Tabla 1, este tiempo está en correspondencia con la cantidad de reglas de la BC, puesto que ello tiene que ver directamente con el número de líneas de razonamiento totales del sistema.

Las longitudes de estas cadenas estriban en las características del conocimiento según el dominio de aplicación del sistema. Así por ejemplo, una BC con fines educativos, no requiere de la concepción de grandes procesos de inferencia, como en el caso de diagnóstico médica.

Los valores obtenidos del coeficiente de mezcla (en Tabla 2) indican que en cuatro de las BC existen coincidencias en las bases informativas, aquellas que presentan valores positivos de la medida. En los casos de ENEAGRAMA, ESFEDA y QUIVIR habría que analizar la independencia entre las conclusiones que brinda el sistema y si es posible, dividir las BC, puesto que no existe relación entre los objetivos de la misma.

BC	Propósito	# Reglas	# Conceptos	# Objetivos
ÁLGEBRA	Sistema inteligente para la enseñanza de álgebra [1]	28	73	17
ENEAGRAMA	Lectura e interpretación de eneagramas	48	80	10
TRANSFOR	Despacho de carga eléctrica [11]	69	93	6
ESFEDA	Métodos de análisis exploratorio de datos [8]	110	325	20
POZOS	Pronóstico de la inyección de tenso - activos en pozos de petróleo [10]	116	85	7
QUIVIR	Estudio de la tabla periódica [9]	187	653	45
EPILEP	Diagnóstico y tratamiento de epilepsia [12]	943	862	32

**Tabla 1. Propósito y composición de las BC utilizadas para el estudio**

Los índices de razonamiento global en todas las BC, revelan que la proporción entre los tipos de conceptos involucrados en la evaluación de los objetivos no es favorable, ya que tienen mucho más preguntas que intermedios accesibles desde los mismos.

Con respecto al índice de razonamiento directo, se obtiene el caso ideal (1) en TRANSFOR y ESFEDA, las cuales no tienen preguntas como evidencias directas de los objetivos. Los valores negativos de esta medida indican ausencia de razonamiento según la arquitectura.

En cuanto al coeficiente de profundidad, los resultados están en correspondencia con los obtenidos para los índices global y directo, pues es claro que por la gran cantidad de preguntas implicadas en el proceso de inferencia de los objetivos, existan muy pocas líneas que den valor a los escasos conceptos intermedios.

Para cuantificar la relación que existe entre estas medidas se ha determinado el coeficiente de correlación producto o momento de Pearson,  $r$ , un índice adimensional acotado entre -1 y 1 que refleja el grado de dependencia lineal entre dos conjuntos de datos.

La fórmula determinar el coeficiente de correlación es:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2}}$$

donde:

- $n$  es el número de sistemas medidos
- $x$  el resultado de aplicar el primer coeficiente al sistema  $i$  (conjunto de valores independientes)
- $y$  el resultado de aplicar el segundo coeficiente al sistema  $i$  (conjunto de valores dependientes)
- $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  son las medias de muestra promedio para el conjunto de valores independientes y dependientes respectivamente.

Los valores de  $r$  para cada par de coeficientes se reportan en la Tabla 3.

$r$	$Cz$	$IRg$	$IRd$
$IRg$	0.2019		
$IRd$	0.4977	<b>0.7991</b>	
$Cp$	-0.1791	<b>0.8319</b>	0.4975

**Tabla 3. Grado de correlación entre coeficientes**

El concepto de coeficiente de mezcla no tiene que ver, en ningún sentido, con el resto las medidas, lo cual queda demostrado al haber muy poca dependencia lineal entre los conjuntos de datos, tomados de la Tabla 2.

De los resultados puede corroborarse que existe un alto vínculo entre el índice de razonamiento global, directo y el coeficiente de profundidad, lo cual era de esperarse por la relación entre sus definiciones.

Un crecimiento en profundidad del espacio de búsqueda, dado por la longitud de las líneas de razonamiento ( $Cp$ ), implica un aumento en el número de conceptos accesibles desde los objetivos ( $IRg$ ) y viceversa.

Por otro lado, un crecimiento en anchura del espacio de búsqueda, dado por el número de intermedios que son evidencias directas de los objetivos (*IRd*), implica un aumento en la accesibilidad de los conceptos (*IRg*).

## 6. Conclusiones

El análisis de coeficientes se basa en el cálculo de un conjunto de medidas para la evaluación de la organización del conocimiento almacenado. Con esto, se obtiene información cualitativa de la estructura que posee una BC y se brinda orientación con el fin de detectar posibles deficiencias en la representación del conocimiento empleada.

Las medidas se consideraron con respecto a: la complejidad de la base, los niveles de razonamiento que posee y las proporciones entre los conceptos que son evaluados mediante preguntas directas al usuario del sistema y los que son determinados siguiendo un proceso de inferencia.

Está claro que los resultados que brinda este análisis no son definitivos en cuanto a la correctitud de la BC, simplemente, se obtiene información que debe hacer reflexionar sobre la estructura que se ha construido. No se debe olvidar que en muchos problemas puede ocurrir, que el nivel de conocimiento existente no permita la elaboración de un sistema con grandes procesos de razonamiento, pero también, que la detección y representación de dichos conocimientos, sea difícil y constituya la base fundamental del éxito en sistemas de este tipo.

## Referencias

- [1] M.A. Alonso, A.V. de la Cruz, and A. Gutiérrez. Haries: Un lenguaje para la programación del conocimiento con facilidades para la construcción de material educativo. *Revista Iberoamericana de Sistemas, Cibernética e Informática, versión electrónica*, 2(2):1–6, 2004.
- [2] M.A. Alonso, A.V. de la Cruz, and A. Gutiérrez. Knowledge representation language: Haries. In *Proc. of the 8th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, pages 358–361, 2004.
- [3] M. Atzmüller, J. Baumeister, and F. Puppe. Semi-automatic learning of simple diagnostic scores utilizing complexity measures. In *Artificial Intelligence in Medicine*, 37(1):19–30, 2006. doi: 10.1016/j.artmed.2005.03.003.
- [4] G. Barceló. Herramienta para el análisis y verificación de bases de conocimientos descritas con el lenguaje haries. Master thesis, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México, 2006.
- [5] Z. Chen, P. Grogono, and C.Y. Suen. Quantitative evaluation of experts systems. In *Proc. IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 3:2195–2200, 1994. doi: 10.1109/ICSMC.1994.400190.
- [6] Z. Chen and C.Y. Suen. Complexity metrics for rule-based expert systems. In *Proc. Internacional Conference on Software Maintenance*, pages 382–391, 1994. doi: 10.1109/ICSM.1994.336756.
- [7] Z. Chen and C.Y. Suen. Applications of rule-base coverage measures to expert system evaluation. *Knowledge Based Systems*, 12(1-2):27–35, 1999.
- [8] A.V. de la Cruz. *Representaciones del Conocimiento para la Construcción de Sistemas Expertos con Inteligencia Artificial*. PhD thesis, Universidad de la Habana, Cuba, 1996.
- [9] A.V. de la Cruz and M.A. Alonso. Serie educativa virtual. *Hífen*, 26(49):7–11, 2002.
- [10] A.V. de la Cruz and M.A. Alonso. Utilización de técnicas de minería de datos e inteligencia artificial para pronósticos en un yacimiento de petróleo. En *Proc. Avances en Inteligencia Artificial MICAI/TAINA*, pages 151–160, 2002.

- [11] A.V. de la Cruz, M.A. Alonso, and O. Ramírez. Sistema experto para diagnóstico de transformadores. *Tecnolab*, 14(82):19–32, 1998.
- [12] A.V. de la Cruz, A. Pérez, L.R. Rivera, L. Paz, D. Pozo, and O.H. Cossio. Epilep: An expert system for the diagnosis of epilepsy. *In Proc. International Epilepsy Congress*, 1991.
- [13] A.V. de la Cruz, J.J. Valdés, E. Jocik, J. Balsa, and A. Rodríguez. *Fundamentos y Práctica de la Construcción de Sistemas Expertos*. Editorial Academia, 1993.
- [14] B.R. Gaines. Transforming rules and trees into comprehensible knowledge structures. *In Advances in Knowledge Discovery and Data Mining, Cambridge, MA: AAAI/MIT Press*, pages 205–226, 1996.
- [15] J. Giarratano and G. Riley. *Sistemas expertos. Principios y Programación*. Editorial Internacional Thomson, 2001.
- [16] O. Hauge, P. Britos, and R. García. Conceptualization maturity metrics for expert systems. *In IFIP International Federation for Information Processing, Artificial Intelligence in Theory and Practice*, 217:435–444, 2006. doi: 10.1007/978-0-387-34747-9\_45.
- [17] T.C. Lethbridge and D. Skuce. Knowledge base metrics and informality: User studies with code4. *In Proc. 8th Knowledge Acquisition for Knowledge-Based Systems Workshop*, pages 10.1–10.19, 1994.
- [18] T. Menzies and B. Cukic. Adequacy of limited testing for knowledge based systems. *In International Journal on Artificial Intelligence Tools*, 9(1):153–172, 2000. doi: 10.1142/S0218213000000112.
- [19] M.H. Meyer and K. Foley. An applied framework for classifying the complexity of knowledge-based systems. *In MIS Quarterly*, 15(4):455–472, 1991.
- [20] A. Mo and K. Cheng. Measuring the structural complexity of ops5 rule-based programs. *In Proc. 20th Conference on Computer Software and Applications*, pages 522–, 1996. doi: 10.1109/CMP-SAC.1996.544623.
- [21] T.T. Moores. Applying complexity measures to rule-based prolog programs. *Journal of Systems and Software*, 44(1):45–52, 1998. doi: 10.1016/S0164-1212(98)10042-0.
- [22] M.B. O’Neal and W.R. Edwards. Complexity measures for rule-based programs. *In IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 6:669–680, 1994. doi: 10.1109/69.317699.
- [23] F. Pollo, P. Britos, and R. García. Aplicación de métricas de madurez en conceptualización de sistemas expertos. *En IX Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación*, pages 327–331, 2007.
- [24] E. Rich and K. Knight. *Artificial Intelligence*. McGraw-Hill, 2001.